Étude de fonctions

Exercice 1 :

1. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2x$.
   (a) Étudier les variations de la fonction f.
   (b) Étudier le signe de $f(x)$ en fonction de x.
2. Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -f(x)$.
   (a) Donner les variations de la fonction g.
   (b) Donner le signe de $g(x)$ en fonction de x.
3. Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = |f(x)|$.
   (a) Dresser le tableau de variations de la fonction h.
   (b) Représenter la fonction h dans un repère orthonormé.

Exercice 2 :

On donne les fonctions f, g et h définies sur $[0\,;+\infty[$ par :

- $f(x) = \dfrac{1}{x}$;
- $g(x) = \dfrac{1}{x^2}$;
- $h(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

Leurs courbes représentatives sont notées, respectivement, $\mathcal{C}_f$, $\mathcal{C}_g$ et $\mathcal{C}_h$.

1. Étudier les positions relatives de $\mathcal{C}_f$ et de $\mathcal{C}_g$.
2. Étudier les positions relatives de $\mathcal{C}_f$ et de $\mathcal{C}_h$.
3. En déduire les positions relatives de $\mathcal{C}_g$ et de $\mathcal{C}_h$.

Exercice 3 :

Soit la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{-x^2 + 4x + 5}}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $]-1; 5[$.

Exercice 4 :

Soit g la fonction définie par : $g(x) = \dfrac{-x^2 - 3}{x^2 + 1}$

1. Déterminer son ensemble de définition.
2. Démontrer que $g(x) = -1 - \dfrac{2}{x^2 + 1}$.
3. En déduire les variations de la fonction g.