

Trigonométrie - Exercices

Exercice 1.

1. x réel, écrire les expressions suivantes en ne faisant apparaître que $\cos x$ et $\sin x$.
 - a. $A(x) = \cos(-x) - \sin(x + \pi) + \sin(-x) + \cos(\pi - x)$
 - b. $B(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2 \cos(-x - \pi) - 3 \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - \sin(x + 8\pi)$
2.
 - a. On donne $\cos \frac{\pi}{5} = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$. Déterminer la valeur exacte de $\sin \frac{\pi}{5}$.
 - b. En utilisant la question précédente, déterminer les valeurs du cosinus et du sinus des réels $-\frac{\pi}{5}$; $\frac{4\pi}{5}$; $\frac{7\pi}{10}$.
3. Calculer les valeurs exactes de $\sin \frac{\pi}{12}$ et $\cos \frac{\pi}{12}$.
(on pourra utiliser l'égalité $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$).
4. x est un réel tel que $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ et $\sin x = \frac{1}{3}$.
 - a. Déterminer la valeur exacte de $\cos x$.
 - b. En utilisant les formules d'addition et de duplication, déterminer les valeurs exactes de :
 $\cos(2x)$; $\sin(2x)$; $\cos(3x)$; $\sin(3x)$

Exercice 2. Démontrer les affirmations suivantes :

1. Pour tout réel x , $(\cos x + \sin x)^2 - (\cos x - \sin x)^2 = 2 \sin 2x$.
2. Pour tout réel x , $(1 + \cos x + \sin x)^2 = 2(1 + \cos x)(1 + \sin x)$.

Exercice 3. Résoudre des équations et des inéquations trigonométriques en s'aidant du cercle trigonométrique.

1. Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{R} .
 - a. $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
 - b. $\sin x + 1 = 0$; $2 \sin x + 1 = 0$.
2. Résoudre les inéquations suivantes tout d'abord dans $]-\pi; \pi]$ puis dans $[0; 2\pi[$.
 - a. $\cos x < -\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\sqrt{2} \cos x - 1 \leq 0$.
 - b. $\sin x + 1 > 0$; $2 \sin x + 1 > 0$.
 - c. En déduire, sur $]-\pi; \pi]$, le tableau de signes de l'expression $(2 \sin x + 1)(\sin x + 1)$.

Les corrigés des exercices seront mis en ligne fin août.